

# 應用數位數學教育模式 於國小六年級等量公理概念之教學研究

王駿碩<sup>1</sup> 陳明璋<sup>2</sup> 李源順<sup>3</sup>

## 摘要

本研究之主要目的在探討使用「數位數學教育模式」和「傳統教育模式」兩種不同教學方式，對國小六年級學生在「等量公理概念」認知負荷的差異，並探討實驗組學生在學習態度的改變。

本研究採準實驗研究設計，以桃園縣某國小六年級的兩個班級共 64 名學生為研究對象，分為實驗組與控制組各 32 人。於教學實驗後評量學生的認知負荷影響。實驗組另進行學習態度問卷施測及學生晤談，了解學生在接受數位數學教育模式後對於學習態度上的影響。

依據實驗結果，分析如下：

- 一、數位數學教育模式能明顯降低學生的困難度認知負荷，並提高其上課意願。
- 二、數位數學教育模式對於實驗組學生的學習態度有正面的影響。

**關鍵詞：數位數學教育模式、認知負荷、學習態度**

---

<sup>1</sup> 桃園縣龜山鄉南美國民小學 [abcb@nmps.tyc.edu.tw](mailto:abcb@nmps.tyc.edu.tw)

<sup>2</sup> 交通大學通識教育中心 [mjchen@mail.nctu.edu.tw](mailto:mjchen@mail.nctu.edu.tw)

<sup>3</sup> 台北市立教育大學數學資訊教育學系 [leey@tmue.edu.tw](mailto:leey@tmue.edu.tw)

# A Teaching Research of Using Electronic Mathematics Education Model on Sixth Graders of Equality Axiom

Chun-Shuo Wang<sup>4</sup> Ming-Jang Chen<sup>5</sup> Yuan-Chun Lee<sup>6</sup>

## Abstract

The major purpose of this research is to compare the cognitive load influence of the sixth graders on Equality Axiom by using two different teaching methods: the electronic mathematics education model and the traditional education model. Then, we try to discuss experimental group students to change with learning attitude.

A quasi -experimental design was used in this research. In samples, there was one larger elementary school of two sixth-grade classes, 64 students in total, in Tao Yuan County was taken by. Divided into experimental group 32 people in control group. After the experimental teaching, we measure the influence of cognitive load. In addition, the experimental group be test on learning attitude questionnaire and student interviews to understand the impact of students using the electronic mathematics education model for learning attitude.

The final conclusions are as follows :

1. Using the electronic mathematics education model can reduce the cognitive load of the difficulty and increase perceptions in class more prominently.
2. The electronic mathematics education model has positive influence on the learning attitude of the experimental group.

**Keywords : The Electronic Mathematics Education Model ; Cognitive Load ;  
Learning Attitude**

---

<sup>4</sup> Taoyuan County Nan Mei Elementary School

<sup>5</sup> Center for General Education, National Chiao Tung University

<sup>6</sup> Department of Mathematics and Computer Science Education, Taipei Municipal University of Education

# 應用數位數學教育模式

## 於國小六年級等量公理概念之教學研究

王駿碩 陳明璋 李源順

### 壹、緒論與研究目的

六年級代數相關概念對學生來說學習較為吃力，對於以文字符號取代數的抽象內容及代數的等量公理運算，老師很可能解釋半天，學生仍很難對文字符號在代數上的意義及等量公理的運用有充分的了解。Ayres (2001) 發現學生在學習代數遭遇到的困難，往往是因為在認知負荷較大的步驟上產生較多的錯誤，其錯誤的原因並非沒有掌握有關的解題規則，而是其工作記憶的容量有限之故。

為達到以更有效率的方式學習，研究者針對國小六年級的等量公理概念課程，以數學教育理論及資訊融入教學課程的特性，建構一個數位數學教育模式的環境，盼能以此方式達到協助學生清楚理解代數與等量公理的概念，因此本研究的主要目的如下：1. 探討國小六年級學生在接受「數位數學教育模式」和「傳統教育模式」兩種不同的教學法之後，在等量公理概念的認知負荷之差異。2. 接受「數位數學教育模式」後學生在數學學習態度的改變。

### 貳、文獻探討

#### NAEP 之數學教學理論

美國 National Assessment of Educational Progress [NAEP](NAGB, 2002)從 1996 年起到 2000 年、2003 年的數學教育成就評量，包含以數學內容、數學能力、數學威力三個向度作為評量的架構，數學內容包含數感、性質與運算、測量、幾何與空間、資料分析、統計與機率、代數與函數；數學能力概念性了解、程序性知識、解題；數學威力則強調推理、連結與溝通。NAEP 雖為評量學生的指標，但運用在教學實務上，把評量學生的架構作為教師教學的理論背景，似乎更能貼近學生學習的需求，創造出更適合學生學習的教學模式。故本研究以推理、連結與溝通為教學策略，以概念性了解、程序性知識、解題為教學目標，觀察學生在數學威力與數學能力之影響。

#### 認知負荷理論

認知負荷的理論基礎是假定在認知工作記憶有限的觀點，教學者提供不同教材呈現方式、教學設計等，以有效降低學習者在學習過程中的認知負荷，並提升

學習效能。郭秀緞(2005)歸納 Sweller 等學者論述，表示「認知負荷」指的是在進行特定任務時，加諸於學習者認知系統的負荷量。

Sweller(2010)指出在認知負荷理論中，因教學設計的影響會產生的認知負荷來源有三類：內在認知負荷、外在認知負荷與增生認知負荷。本研究之教學設計即希望能夠降低學習者的外在認知負荷，避免工作記憶容量超載，幫助學生提升學習成效。

#### 數位數學教育模式

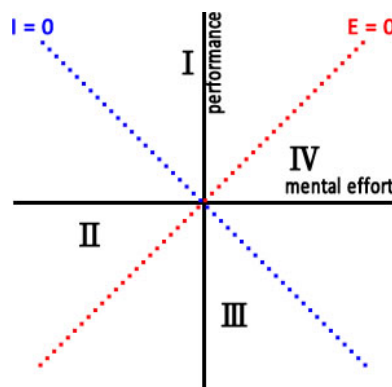
數位數學教育模式( Electronic Mathematics Education Model )指的是以數學教育作為理論背景，結合資訊科技理論呈現的一種課堂教學模式。本研究採用美國 NAEP 的數學評量架構作為數學教育的理論依據，以 PowerPoint 簡報系統作為教材的呈現平台，以多媒體學習理論和認知負荷理論為教材設計的理論基礎，並加入 AMA 激發式動態呈現做適當的引導所設計的一種以教師授課為導向的教學模式，並稱此教學模式為數位數學教育模式。

#### 認知負荷理論對學習的影響

認知負荷理論學者 Paas 和 van Merriënboer (1993)提出視覺化的學習效率 (Instructional Efficiency) 公式及效率圖像 (Efficiency Graph) ，利用任務表現分數與認知負荷量來清楚呈現學習者真正的學習成效。其中以認知負荷量為橫軸坐標，學習成就為縱軸坐標，學習者的任務表現分數為  $Z_p(Y)$ ，認知負荷量為

$Z_c(X)$ ，則學習效率的計算公式為： $E = \frac{Z_p - Z_c}{\sqrt{2}}$ ，投入分數的計算公式  $I = \frac{Z_p + Z_c}{\sqrt{2}}$ 。

因學習效率與投入分數於座標平面上所標示之位置是相同的，基於此觀點便將兩者重疊，如 0，而  $E = 0$  和  $I = 0$  兩線垂直將平面分隔成四個區塊，如以  $E = 0$  為 x 軸， $I = 0$  為 y 軸，則第一象限為高效率高投入，第二象限為高效率低投入，第三象限為低效率低投入，第四象限為低效率高投入。因此，第一象限為最理想狀態，第三象限為最不理想狀態 (Kalyuga, 2009)。



學習效率與學習投入分數圖

## 學習態度

各家學者對數學態度的定義看法不一。Aiken (1970)認為數學態度是對數學的認知、情緒或情感的反應。Aiken (1976)六年後再度提出數學態度的定義是對數學的一般看法或喜好程度。譚寧君 (1992)認為數學態度乃是個人對於數學的一般性看法、想法、喜歡或厭惡的程度，也是個人對於學習數學的樂趣、數學的重要性、學習數學的動機、免於數學的恐懼等不同因素的綜合表現。本研究參考各家學者的見解，以張春興 (1997)所提將數學態度分為認知、情意與行為三個成分，做為本研究探討學習態度改變之依據。

## 參、研究方法

本研究是以國小六年級數學科代數教材等量公理概念的單元為授課內容，採準實驗研究法進行教學實驗，研究對象為研究者所任教之桃園縣某國小六年級中取樣二班共 64 名學生，其中一班為實驗組，另一班則為控制組，兩班人數皆為 32 人。

在實驗前，兩組皆接受「等量公理概念」前測。之後，實驗組接受「數位數學教育模式」，而控制組則接受「傳統教育模式」，惟兩組上課之教材雖不同，然而上課過程的教學時間、進度掌控、內容編排、課堂練習盡量控制相同。實驗結束後，兩組再接受「等量公理概念」後測，以及上課感受量表的填寫；由於尚須探討實驗組在教學實驗後學習態度之影響，因此再對實驗組進行學習態度問卷的施測，並挑選實驗組的學生進行質性晤談。

## 實驗流程

實驗流程表

階段別	內容	時間
前置	前測	40 分鐘
教學活動一	用文字符號列式並求值	40 分鐘
教學活動二	等式的概念	20 分鐘
教學活動三	認識等量公理	60 分鐘
教學活動四	應用等量公理解題	80 分鐘
	後測	40 分鐘
	數位數學理論學習態度量表	20 分鐘
後置	上課感受量表	5 分鐘
	學生晤談	30 分鐘
	延後測(四週後)	40 分鐘

## 研究工具

本研究所用之研究工具包含實驗過程之教材及用來了解學生學習態度差異的數位數學教育模式學習態度問卷和測量學生學習過程認知負荷的上課感受量表。

### (一) 實驗組教材和控制組教材之比較

實驗組教材：結合多媒體學習理論與認知負荷理論，並加入 AMA 激發式動態呈現做適當的引導，以微軟的 PowerPoint 為教材設計平台進行教學。

The experimental group's material (left) includes a problem: '弟弟有  $x$  元，哥哥的錢是弟弟的 5 倍又多 6 元。' It uses visual aids of coins to represent the amounts and shows the equations  $5x + 6$  and  $6x + 6$ . The control group's material (right) shows the same problem but uses a traditional algebraic approach with the equation  $x \div 3 - 4 = 6$  and its solution steps.

控制組教材：以傳統紙本講義，配合板書進行教學。

The control group's material (left) shows the same problem as the experimental group but without visual aids. The experimental group's material (right) shows the same problem but with visual aids and a different equation  $x \div 3 - 4 = 6$ .

### (二) 數學學習態度量表及上課感受量表

學習態度問卷根據黃美齡(2009)測量學生數學學習態度的題目為藍本，與教授和專家學者討論後，以認知、情意與行為作為向度，結合晤談大綱，分析實驗組學生數學學習態度的改變；上課感受量表係以呂鳳琳(2010)的幾何證明閱讀理解感受量表為參考藍本，並與教授及教學年資達十年以上之四位國中教師共同討論修訂，依上課意願、困難度、花費心力、理解程度與投入努力五個向度，探討兩組學生在學習成效與認知負荷的影響。

## 肆、結果與分析

### 不同教學模式對學生的認知負荷分析

教學實驗後，兩組學生皆進行等量公理概念後測及上課感受量表的施測，以探討學習成效與認知負荷之間的關聯。

實驗組與控制組認知負荷分析

整體學生等量公理概念認知負荷量獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	實驗組 (n = 32)		控制組 (n = 32)		t(62)	p	95% LL	CI UL
	M	SD	M	SD				
上課意願	4.81	1.20	3.88	1.39	2.890	.005**	0.289	1.586
困難度	4.38	1.52	5.13	1.31	-2.113	.039*	-1.460	-0.040
花費心力	4.53	1.14	5.06	1.05	-1.947	.056	-1.077	0.014
理解程度	4.56	1.37	4.09	1.28	1.417	.162	-0.193	1.130
投入努力	5.22	1.36	4.59	1.27	1.901	.062	-0.032	1.282

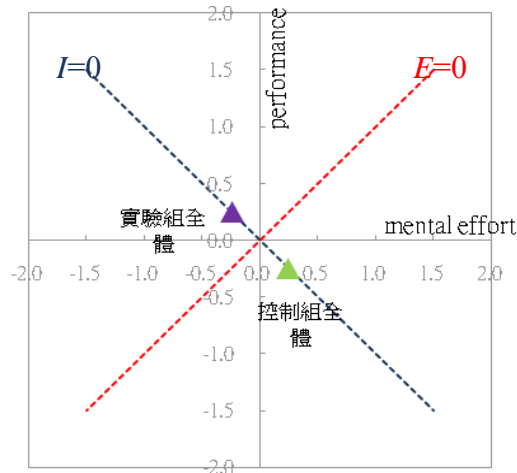
由 0 可發現兩組學生在上課意願和困難度兩面向達顯著差異，表示接受數位數學教育模式可以降低學習的困難度，並提高上課意願。然而同樣學習成效的學習者，有可能因為在認知負荷量上的差異，而在學習效率和投入分數上有所不同，因此，我們以學者所提之學習效率(Paas & Merriënboer, 1994)和投入分數(Paas,2005)將學習成效和認知負荷結合分析，其中的認知負荷量，Paas 等學者 (Paas & Merriënboer, 1994; J. Sweller, et al., 1998)以「投入心力」與「感受到的困難度」兩項作為負荷評定之方法，故本研究的認知負荷量採量表中「花費心力」之負荷量為依據，將此面向在量表中所得之分數為 Zc，學生的學習成效後測分數為 Zp，整體學生在學習效率和投入分數的整理如 0。

整體學生的學習效率和投入分數數值表

	Zp (Y)	Zc (X)	E	I
610 實驗組	0.249	-0.238	0.344	0.008
605 控制組	-0.249	0.238	-0.344	-0.008

註：Zp=學習成效後測 Z 分數，Zc=認知負荷花費心力 Z 分數，E=學習效率，I=投入分數

就整體而言，實驗組在學習效率和投入分數的表現都優於控制組，將上表以視覺化圖像表示，如 0。



實驗組與控制組的學習效率和投入分數圖

以上分析顯示，對整體學生而言，接受數位數學教育模式的學生其學習效率較高，且投入之心力也較多，而接受傳統教育模式的學生學習效率較差，也較不願意投入心力學習，因此可以得知接受數位數學教育模式的學生在學習效率和投入分數的表現較接受傳統教育模式的學生為佳。

#### 學習成效與認知負荷相關性分析

本研究採用 Pearson 積差相關，以上課感受量表中的五個面向及後測成績為連續變項進行相關性分析。0 和 0 為兩組的後測與認知負荷的相關係數矩陣表。

數位數學教育模式後測得分和上課感受量表各面向相關係數矩陣

	0.	1.	2.	3.	4.	5.
0.後測得分	—					
1.上課意願	.432*	—				
2.困難度	-.706**	-.490*	—			
3.花費心力	-.589**	-.161	.629**	—		
4.理解程度	.782**	.576**	-.758**	-.552**	—	
5.投入努力	.635**	.282	-.493**	-.286	.487**	—

傳統教育模式後測得分和上課感受量表各面向相關係數矩陣

	0.	1.	2.	3.	4.	5.
0.後測得分	—					
1.上課意願	.295	—				
2.困難度	-.580**	-.434*	—			
3.花費心力	-.435*	-.106	.299	—		



4.理解程度	.686**	.498**	-.564**	-.487**	—
5.投入努力	.311	.503**	-.453**	.069	.462**

由0和0可發現兩個不同教學法的上課感受量表相關係數矩陣的關聯性分析結果十分類似，後測得分與「困難度」接近高度負相關、而與「理解程度」則接近高度正相關；困難度與「理解程度」呈中度以上負相關。就整體而言，本研究認知負荷面向中的上課意願、理解程度和投入努力皆與學習成就呈正相關，困難度和花費心力與學習成就呈負相關，因此，若要降低學生的認知負荷來提高學習成效，則須降低困難度和花費心力的負荷量，此亦符合 Paas 等學者以「投入心力」與「感受到的困難度」作為負荷評定(Paas & Merrienboer, 1994; J. Sweller, et al., 1998)的說法。

#### 數位數學教育模式對學習態度的影響

實驗結束後，針對實驗組 32 位學生進行數位數學教育模式的學習態度問卷調查，再從高、中、低分群裡挑選出正、負向回饋學生各一名進行晤談。

##### 學習態度問卷

進行完教學實驗後，讓實驗組 32 位學童均接受學習問卷調查。填寫完問卷後，正面評價包含勾選完全同意、同意占全體 67.2%，負面評價包含不同意、完全不同意占全體 12.1%。表示超過半數以上的學童認同數位數學教育模式對他們的數學態度有正面的影響。

##### 學生晤談

正向回饋：普遍認為數位數學教育模式對於數學的學習是有幫助的，且較傳統教學法更能夠專心上課；中、低分群的學生認為上課使用電腦對他們最明顯的影響是在於圖片和動畫，比起單調的課本和黑板更能吸引他們的注意力，而且上課時和同學的溝通，也讓他們感覺比起平常上課更能放鬆；高分群的學生注意到使用電腦上課不僅有聲光效果的表現，甚至認為經過設計的多媒體教材內容比起傳統課本更能幫助他們學習，而課堂的溝通不僅可以使學生緊繃的神經放鬆，更重要的是可以加強對觀念或問題的釐清。

負向回饋：排斥此教學法的因素多歸咎於上課習慣，認為這樣的方式無法對學習產生效果，甚至認為有多此一舉之嫌；中、低分群的學生認為以電腦上課並無法使他們提起興致，而課間溝通對他們來說更是一大挑戰，因為他們大多是平常即怯於公開發表自己意見的學習者，所以這樣的上課方式對他們造成極大困擾與壓力；高分群的學生認為以傳統教學方式即可在學習成效上有不錯的表現，因此對於以學習者為導向的教學模式反而呈現無法接受的狀況，但並不代表此教學法對學生的學習沒有幫助。

### 學生晤談內容摘要

晤談對象	晤談內容
SH	T：你為什麼會喜歡老師這樣上數學課的方式？和平時的數學課哪裡不一樣？ SH：還蠻喜歡的，因為和別科比起來至少有趣多了。 T：是哦，所以你上課的時候有比較專心嗎？ SH：有，因為用電腦有解釋得比較清楚。 T：SH，那用課本難道就不清楚嗎？ SH：嗯...因為比較起來，我覺得用電腦上課比用課本清楚。
SM	T：如果以後老師都用這樣的方式教數學，你們會比較喜歡上數學課嗎？ SM：會啊。因為上課的方式很有趣。 T：那像這樣的上課方式，你比較喜歡或覺得有趣的地方在哪裡？ SM：因為...就是會有圖嘛，還有像是動畫的那種感覺。 T：SM，那圖片和動畫對你上課有什麼影響？ SM：就是...這樣子上課好像比較聽得懂。
SL	T：上課時，老師常常問你們為什麼，讓你們可以跟其他同學互相討論，這樣你覺得對學習有沒有幫助？ SL：有，因為如果有很難的題目經過老師的講解或是看同學討論，就是可以比較容易了解題目的那個內容。

從 0 可發現，學生對於數位數學教育模式的在數學學習態度方面的影響較為正向。

### 伍、研究結論

使用數位數學教育模式對於國小六年級學生在學習等量公理概念的相關單元時，可有效降低學生認知負荷，尤其在困難度更達顯著差異；從相關性亦可觀察到，學習者越覺得上課內容容易，也有助提升其上課意願及學習成效，對數學的學習態度也有正面的影響，因此數位數學教育模式為一種適合於常態教學的教學模式。

### 參考文獻

- 呂鳳琳（2009）。幾何證明不同文本呈現方式對學生認知負荷與閱讀理解影響之研究（碩士論文）。國立臺灣師範大學，台北市。
- 郭秀緞（2005）。以認知負荷的觀點探討數學問題設計的適切性。教育研究，13，169-182。

- 黃美齡 (2009)。運用 EME Model 於帶分數、假分數及其互換之教學研究(碩士論文)。台北市立教育大學，台北市。
- 張春興 (1997)。教育心理學-三化取向的參與實踐。台北：東華。
- 譚寧君 (1992)。兒童數學態度與解題能力之分析探討。台北師院學報，5，619-688。
- Aiken, L. R. (1970). Attitude toward mathematics. *Review of Educational Research*, **40**, 551-596.
- Aiken, L. R. (1976). Update on attitudes and other affective variables in learning mathematics. *Review of Educational Research*, **46**, 293-311.
- Ayres, P. L. (2001). Systematic mathematical errors and cognitive load. *Contemporary Educational Psychology*, **26**, 227-248.
- Kalyuga, S. (2009). *Managing cognitive load in adaptive multimedia learning*: Information Science Publishing.
- National Assessment Governing Board(2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress*. National Assessment Governing Board U.S. Department of Education.
- Paas, F. G. W. C., & Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of worked examples and transfer of geometrical problem-solving skills: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, **86**(1), 122-133.
- Paas, F., Tuovinen, J. E., Van Merriënboer, J. J. G., & Aubteen Darabi, A. (2005). A motivational perspective on the relation between mental effort and performance: Optimizing learner involvement in instruction. *Educational Technology Research and Development*, **53**(3), 25-34. doi: 10.1007/BF02504795
- Sweller, J. (2010). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educ Psychol Rev*, **22**, 123-138.